

**GENELLEŞTİRİLMİŞ HİPERBOLİK DAĞILIMLAR İLE RİSKE MARUZ
DEĞER: BIST100 ENDEKSİ ÜZERİNE BİR UYGULAMA**

*VALUE-AT-RISK WITH GENERALIZED HYPERBOLIC DISTRIBUTIONS: AN
APPLICATION TO BIST100 INDEX*

Ayşegül İŞCANOĞLU ÇEKİÇ¹

*Geliş Tarihi: 22.02.2016
(Received)*

*Kabul Tarihi: 17.05.2017
(Accepted)*

ÖZ: Riske Maruz Değer(RMD) uygulamalarında getiri dağılımı üzerine yapılan varsayımlar önemli bir rol oynamaktadır. Yıllar içinde yapılan çalışmalar göstermiştir ki birçok finansal ürüne ait günlük getiri dağılımları, kalın ya da yarı-kalın kuyruk yapısı sergilemektedir. Bu çalışmada, 2010-2016 dönemi için BIST100 endeksine ait günlük getiriler yarı-kalın kuyruk yapısı sergileyen Genelleştirilmiş Hiperbolik Dağılımlar(GHD) ile modellenecektir. Bu amaçla, GHD ve aileye ait Normal Ters Gauss Dağılımı ile Genelleştirilmiş Hiperbolik Çarpık-t dağılımı için günlük getiriler kullanılarak parametre tahminleri yapılacak ve dağılımların uygunluğu test edilecektir. Son olarak, elde edilen parametre tahminleri kullanılarak RMD yöntemi ve GHD ailesinin performansları geriye dönük testlerle karşılaştırılacaktır.

Anahtar Sözcükler: Riske Maruz Değer, Genelleştirilmiş Hiperbolik Dağılımlar, EWMA, Volatilite Filtresi, BIST100

JEL Sınıflandırma Kodları: C10, C13, C32, C58, G10

ABSTRACT: Distributional assumptions on daily returns of the financial assets play a crucial role in Value-at-Risk(VaR). For years the studies have shown that the distribution of daily returns of many financial assets have heavy or semi-heavy tails. In this study, the distribution of BIST100-daily returns for the period of 2010-2016 is modelled by using Generalized Hyperbolic Distributions(GHD) which have semi-heavy tails. For this purpose, parameter estimations for GHD and their two subclasses: Normal Inverse Gaussian and Generalized Hyperbolic Skew-t Distributions are implemented and their suitability are tested. Finally, a VaR analysis is performed by using the estimated parameters and the performances of GHD are compared via backtesting.

Keywords: Value-at-Risk, Generalized Hyperbolic Distributions, EWMA, Volatility Filter, BIST100

¹ Yrd. Doç. Dr. Trakya Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü, aysegulcekcic@trakya.edu.tr

GİRİŞ

Finansal risk yönetimi, belirsiz gelecek getirilerini yani riski anlama, tanımlama esasına dayanmaktadır. Bu nedenle, finansal kurumlar ve yatırımcılar için riskin doğru ve tutarlı ölçümü her zaman önemli bir konu olmuştur. Küreselleşme ile birlikte artan finansal ürün çeşitliliği ve erişilebilirlik finansal piyasaları birbirine daha bağımlı hale getirmiş, bunun sonucu olarak da piyasalardaki fiyat hareketlerine karşı yani riske karşı, finansal kurumlar ve yatırımcılar daha duyarlı hale gelmiştir.

Finansal risklerin artması risk yönetimini zorlaştıran bir unsurdur ve yeni risk ölçüm araçları üretmeyi zorunluluk haline getirmiştir. Bu yeni ölçüm araçlarından en yaygın şekilde kabul göreni Riske Maruz Değer (RMD)' dir. Dünyada 1990'lerden sonra temel risk ölçüsü olarak kabul edilen varyanstan (ya da standart sapma) bu ölçüye doğru önemli bir kayma olmuştur. Riske maruz değer, getiri dağılımını, özellikle dağılımın tek kuyruğunu kullanması açısından daha tutarlıdır, ayrıca kolay hesaplanması ve riski varyans gibi tek bir değer ile açıklaması açısından ise oldukça kullanışlıdır.

RMD hesabı temelde getiri dağılımını modellemeye dayanmaktadır. Erken dönem finansal modellemelerde getiri dağılımının Normal dağılım izlediği varsayılmaktaydı. Fakat 1963'de Mandelbrot (1963:394-419), ve 1965'de Fama'nın (1965:34-105) çalışmalarıyla birlikte getiri dağılımının Normal dağılımdan daha kalın kuyruklara sahip olduğu gösterilmiştir. Ek olarak Aas ve Haff (2006:275-309) ise finansal ürünlerin logaritmik getirilerinin genellikle biri kalın diğeri daha az kalın olmak üzere iki farklı kuyruk ile daha asimetrik bir yapı sergilediğini göstermiştir. Bu ve yapılan sayısız çalışma sonrası günümüzde getiri dağılımının normal dağılıma göre daha asimetrik ve daha kalın kuyruklara sahip olduğu genel olarak kabul görmeye başlamıştır.

Getiri dağılımı modellemede normal dağılımdan farklı olarak literatürde çeşitli dağılımlar kullanılmıştır. Yaygın olarak kullanılan dağılım tiplerinden biri uç değer dağılımlarıdır. Longin (1996:383-408) finansal verilere uç değer teorisini ilk defa uygulamıştır. Çalışmasında S&P 500 günlük logaritmik getirilerini en iyi Fréchet dağılımının temsil ettiğini göstermiştir. Danielsson ve deVries, (1997:241-257), McNeil (1998), Embrechts, Resnick ve Samorodnitsky (1999: 30-41) , Ho, Burrige, Cadle ve Theobald (2000:249-275), Gençay ve Selçuk (2004: 287-303) , Wentzel ve Maré (2007:73-77) uç değer teorisi ile risk analizi yapan çalışmalara örnek olarak gösterilebilir.

Getiri dağılımı modellemede kullanılan bir diğer dağılım Student- t dağılımıdır. Hurst ve Platen 1997'de 3-4.5 serbestlik derecesine sahip Student-t dağılımının hisse senedi piyasa indeksinin günlük logaritmik getirisine en iyi şekilde uyduğunu göstermişlerdir (1997: 301-314). Bu çalışmayı takiben Huisman

Koedijk ve Pownall, 1998’de Student-t dağılımı ile Amerikan hisse senedi ve tahvilleri için VaR hesabı yapmışlardır (1998:47-60).

Son yıllarda ise bu dağılımlara bir alternatif olarak RMD hesaplamasında hem getirilerde ki çarpıklığı hem de uç değerleri yapısal olarak kapsamından dolayı kalın kuyruklu bir dağılım ailesi olan ve Barndorff-Nielsen (1977:401-419) tarafından literatüre kazandırılan Genelleştirilmiş Hiperbolik Dağılımlar (GHD) kullanılmaya başlanmıştır. Momentlerinin hesaplanabilmesi ve matematiksel özelliklerinin belirli olması açısından dağılım ailesi avantajlı hale gelmiş ve birçok farklı alanda uygulanma fırsatı bulmuştur. Fakat GHD ailesi ve GHD ailesine ait dağılımların finansal veriye ilk defa uygulanması ise dağılımın ortaya sürülmesinden neredeyse 20 yıl sonradır. Bu alanda yapılan ilk çalışma Eberlein and Keller (1995:281-299) tarafından 1995 yılında yapılmıştır. Bu çalışmada GHD’nin bir alt sınıfı olan Hiperbolik dağılım(HD) ailesi bazı Alman banka ve şirketlerine ait finansal verilere uygulanmıştır. Daha sonra Rydberg (1997:887-910) Amerikan hisse senedi piyasa verisine GHD ailesine ait bir alt sınıf dağılımı olan Normal Ters Gauss(NIG) dağılımı uygulamıştır. Bu çalışmayı bilgimiz dahilinde sırasıyla, Alman ve Amerikan hisselerini modellemede GHD ailesini kullanan Prause (1999), risk analizinde NIG dağılımı kullanan Lillestol (2000:41-56), Norveç hisse senedi piyasasındaki belirsizlikleri analiz etmede NIG dağılımını kullanan Bolviken ve Benth (2000:87-98) izlemiştir. 2006’da Aas ve Haff finansal getiri serilerinin asimetric kuyruk yapısına sahip genelleştirilmiş hiperbolik çarpık-t dağılımına uygunluğunu göstermişlerdir (2006:275-309). GHD ailesi ve/veya bir alt sınıfını kullanan son çalışmalara örnek olarak (Hu ve Kercheval, 2007:19-24), (Borak vd., 2011:21-56), (Huang vd., 2014:320-328), ve (Mabitsela vd., 2015:103-126) çalışmaları gösterilebilir.

Bu çalışmada Türk hisse senedi piyasa endeksi, BIST100’e ait getiri serisi için RMD uygulamalarında, GHD ailesi ve GHD ailesine ait NIG, GH Çarpık-t dağılımlarının performanslarının gözlemlenmesi ve literatürde RMD uygulamalarında yaygın bir biçimde kullanılan normal dağılım ile karşılaştırılması amaçlanmaktadır. Çalışmanın 2. bölümünde GHD ailesi ve GHD ailesine ait NIG, GH Çarpık-t dağılımları hakkında bilgi verilecektir. 3. Bölümde ise veri ve yöntem tanıtılacak aynı zamanda da analizler yapılacaktır. Çalışmada elde edilen bulgular 4. bölümde sunulacaktır.

1. Genelleştirilmiş Hiperbolik Dağılım Ailesi

Genelleştirilmiş Hiperbolik Dağılım ailesi Barndorff-Nielsen tarafından 1977 yılında ortaya sürülmüştür (1977:401-419). Dağılım ailesi 5 parametre içermektedir.

X rasgele değişkeni GHD izliyor ise olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f_X(x; \theta, \alpha, \beta, \sigma, \mu) = \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^{\theta/2} \cdot K_{\theta-1/2}(\alpha \sqrt{\sigma^2 + (x-\mu)^2}) \cdot e^{\beta(x-\mu)}}{\sqrt{2\pi} \cdot \alpha^{(\theta-1/2)} \cdot \sigma^\theta \cdot K_\theta(\sigma \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}) \cdot (\sqrt{\sigma^2 + (x-\mu)^2})^{(1/2-\theta)}} \quad (1)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada K_j , indeks değeri j olan 3 tip Bessel fonksiyonudur. θ , sınıf parametresi, α , biçim parametresi, β , çarpıklık parametresi, σ , ölçek parametresi ve μ , konum parametresini simgelemektedir. Parametreler,

- $\theta > 0$ ise $\sigma \geq 0, |\beta| < \alpha$,
- $\theta = 0$ ise $\sigma > 0, |\beta| < \alpha$,
- $\theta < 0$ ise $\sigma > 0, |\beta| \leq \alpha$,

koşullarından birini sağlamalıdır.

Dağılım ailesinin en bilindik örnekleri: Student-t Dağılımı, Hiperbolik Dağılım, Normal Ters Gauss Dağılımı, Genelleştirilmiş Hiperbolik Çarpık-t Dağılımı, Normal Ters Gamma Dağılımı, Varyans-Gamma Dağılımı, v.b.dir. Bölüm 2.1 ve Bölüm 2.2 de, çalışmada GHD ile birlikte kullanılacak olan NIG ve Genelleştirilmiş Hiperbolik Çarpık-t dağılımları sırasıyla verilmiştir.

2.1. Normal Ters Gauss Dağılımı (Normal Inverse Gauss Distribution-NIG)

$\theta = -1/2$, sınıfına ait Genelleştirilmiş Hiperbolik Dağılımdır. Dağılımın iki kuyruğu da yarı kalın ve özdeş değildir. Diğer bir deyişle asimmetrik özellik sergilemektedir.

X rasgele değişkeni NIG izliyor ise olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f_X(x; \alpha, \beta, \sigma, \mu) = \frac{\alpha \sigma}{\pi} \cdot e^{\left(\sigma \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} + \beta(x-\mu)\right)} \cdot \frac{K_1(\alpha \sqrt{\sigma^2 + (x-\mu)^2})}{\sqrt{\sigma^2 + (x-\mu)^2}}, x \in R, \quad (2)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada K_1 , indeks değeri 1 olan 3 tip Bessel fonksiyonudur.

2.2. Genelleştirilmiş Hiperbolik Çarpık-t Dağılımı (GH Skewed -t)

$\alpha \rightarrow |\beta|$ özelliği taşıyan Genelleştirilmiş Hiperbolik Dağılımdır. Dağılımın kuyruklarından biri kalın polinom fonksiyon, diğeri ise yarı kalın üstel fonksiyon tipindedir. Bu asimmetrik yapı sebebiyle uygulamalarda sıklıkla kullanılmaktadır.

X rasgele değişkeni Çarpık-t dağılımı izliyor ise olasılık yoğunluk fonksiyonu,

$$f_X(x; \theta, \alpha, \beta, \sigma, \mu) = \frac{2^{(1/2+\theta)} \cdot \sigma^{-2\theta} \cdot |\beta|^{1/2-\theta} \cdot K_{1/2-\theta}(\beta^2 \sqrt{\sigma^2 + (x-\mu)^2}) \cdot e^{\beta(x-\mu)}}{\Gamma(-\theta) \cdot \sqrt{\pi} \cdot (\sqrt{\sigma^2 + (x-\mu)^2})^{(1/2-\theta)}}, \quad (3)$$

olarak tanımlanmaktadır. Burada $K_{1/2-\theta}$, indeks değeri $1/2 - \theta$ olan 3 tip Bessel fonksiyonudur.

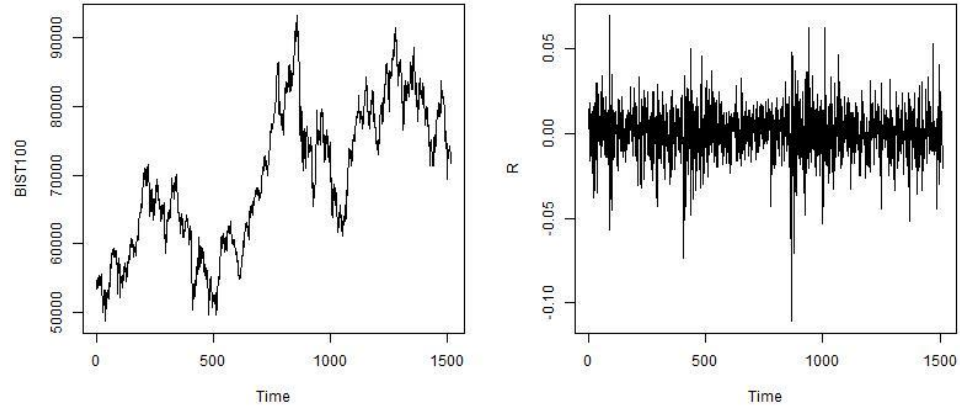
2. VERİ ve YÖNTEM

Çalışmada BİST100 endeksine ilişkin günlük kapanış verisi kullanılmıştır. Veri, 1 Ocak 2010-31 Aralık 2015 tarihleri arasında 1512 gözlem içermektedir. Veri, 1 Ocak 2010- 31 Aralık 2013 tarihleri arası tahmin (1009 gözlem) ve 1 Ocak 2014-31 Aralık 2015 tarihleri arası test (503 gözlem) örnekleme olmak üzere iki parçaya ayrılmıştır. Analizlerin tamamı R programı kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

İlk olarak günlük fiyatların birincil logaritmik farkı alınarak getiri serisi ($r_t = \log(p_t) - \log(p_{t-1})$, p_t :gözlemlenen endeks değeri) elde edilmiştir.

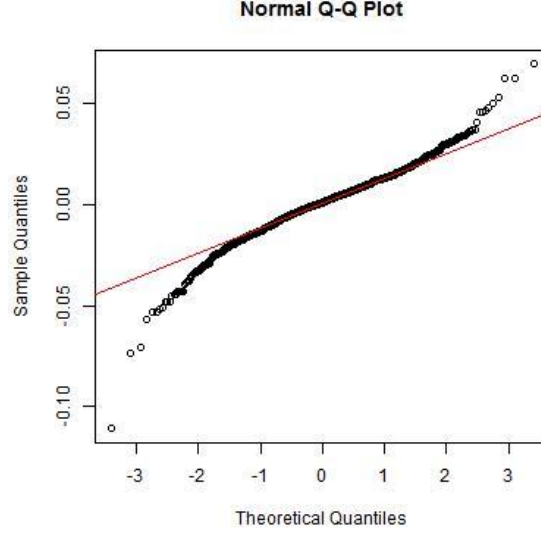
3.1. Tanımlayıcı İstatistikler Ve Veri Analizi

Çalışmanın bu bölümünde BIST100 endeksine ait günlük getiri verisini analiz etmek amacıyla grafikler, tanımlayıcı istatistikler ve normallik, durağanlık testleri uygulanmıştır.



Şekil 1. BIST100 Günlük Fiyat ve Getiri Serilerine ait Zaman Serisi Grafikleri

BIST100 endeksine ait günlük fiyat ve getiri seri grafikleri Şekil 1 de verilmiştir. Şekilden de açıkça görüleceği üzere getiri serisinde değişken varyans ve varyans kümelenmesi sorunları mevcuttur. Ayrıca özellikle 2008-2012 küresel krizine ve 2013’de ülkemizde yaşanan olumsuzluklara piyasaların beklenmedik hareketler sergileyerek (ani iniş çıkışlar ve uç değerler) tepki verdiği de şekillerden gözlemlenmektedir. Uç değer hareketlerinin çokluğu aynı zamanda Şekil 2 de verilen getirisi serisine ait Q-Q plottan da gözlemlenebilmektedir. Q-Q plota göre getiri serisi normal dağılıma göre daha kalın kuyruklara sahiptir.



Şekil 2. BIST100 Günlük Getiri Serisine ait Q-Q Plot

Tablo 1 getiri serisine ait tanımlayıcı istatistikleri içermektedir. Tabloya göre BIST100 endeksine ait ortalama getirinin incelenen dönemde oldukça küçük fakat pozitif olduğu dikkat çekmektedir. Ortalama getiriye göre standart sapmanın yüksekliği incelenen dönemde BIST100 endeksinde yaşanan yoğun dalgalanmaların bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Minimum ve maksimum değerlerin yüksekliği dağılımın uç değerler içerdiğini ve çarpıklık ve basıklık ile birlikte yorumlanırsa kuyrukların normal dağılıma göre daha kalın ve asimetric olduğunu göstermektedir. Ayrıca verilen Jarque-Bera test istatistiğine göre getiri dağılımının normal dağılım izlemediği sonucuna varılmaktadır.

Tablo1. BIST100 Günlük Getiri Serisine ait Tanımlayıcı İstatistikler

Gözlem Sayısı	1511	Standart Sapma	0.0149270
Minimum	-0.1106000	Çarpıklık	-0.5205355
Maksimum	0.0689500	Basıklık	3.840022
Ortalama	0.0001957	Jarque- Bera İstatistiği (p-değeri)	1001.128 (< 2.2 e-16)

Tablo 2 de getiri serisinin birim kök içerip içermediğine dair Augmented Dickey-Fuller (ADF) ve the Philips-Perron (PP) test istatistikleri verilmiştir. Sonuçlara göre BIST100 günlük getiri serisinin birim kök içerdiği hipotezi hem

ADF ve PP testine göre ret edilmektedir. Bu nedenle BIST100'e ait günlük getirilerin durağan olduğu söylenebilir.

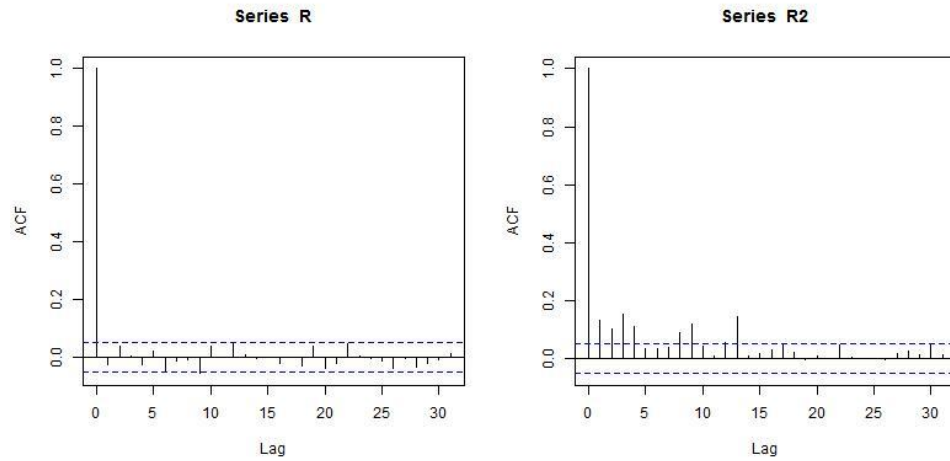
Tablo2. BIST100 Günlük Getiri Serisine ait Birim Kök Test Sonuçları

Birim Kök Testi	Test İstatistiği (p-değeri)
ADF Testi	-39.8549(< 2.2 e-16)
PP Testi	-39.8379(< 2.2 e-16)

3.2. Volatilite Analizi ve Volatilite Filtresi

Bölüm 3.1'de öngörülen kalın kuyruklu yapıyı Bölüm 2'de verilen dağılımlar ile modelleyebilmek ve söz konusu dağılımlar için parametre tahminlerinin tutarlı olabilmesi için BIST100 endeksi günlük getiri verisinin bağımsız özdeşçe dağılan (i.i.d) yapı sergilemesi gerekmektedir. Bu nedenle bu bölümde BIST100 endeksine ait günlük getiri verisi için i.i.d. varsayımı incelenecektir.

Şekil 3'de sırasıyla BIST100 endeksine ait getiri verisi ve getiri karelerine ait otokorelasyon fonksiyon (ACF) grafikleri verilmiştir. Grafiklere göre getiriler serisinde serisel olarak bağımlılık yapısı izlenmemesine rağmen, getiri karelerine ait seri serisel bağımlılık sergilemektedir. Ayrıca Tablo 3'de verilen Arch-LM testi de getiri serisinde arch etkisinin olduğunu göstermektedir. Bu durum seride değişken varyans sorunu olduğunu göstermektedir ve bu nedenle i.i.d. varsayımından sapma söz konusudur. Parametre tahminlerinden önce seri i.i.d. bir seri haline getirilmelidir.



Şekil 3. BIST100 Günlük Getiri Serisi ve Getiri Kareleri Serisine ait ACF Grafikleri

Tablo3. BIST100 Günlük Getiri Serisine ait Arch-LM Test Sonuçları

Test İstatistiği	p-değeri
93.7249	<2.2 e-16

Değişken varyans sorununu ortadan kaldırmak için Hu ve Kercheval çalışmasında Garch filtresi ve z-skorları kullanmıştır (Hu ve Kercheval, 2007:19-24). Bu çalışmada ise Hu ve Kercheval'den farklı olarak volatilité Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) modeli ile modellenecek ve getiriler z-skorlar yerine,

$$\tilde{r}_t = \frac{r_t}{\sigma_t}, \quad (4)$$

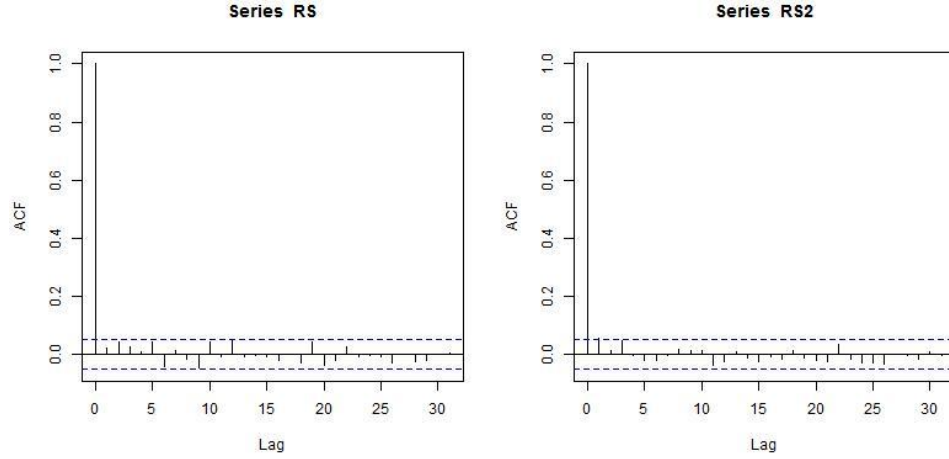
dönüşümü kullanılarak filtrelenecektir. Burada σ_t , t anındaki volatilitéyi simgelemektedir.

EWMA, risk analizlerinde volatilité modeli olarak RiskMetrics (J.P.Morgan/Reuters) tarafından kullanılan bir stokastik süreçtir. EWMA geçmiş verileri kullanarak volatilitéde ki dinamikleri yakalamayı amaçlar. Temelde model son gözlemlere daha çok ağırlık verirken, eski gözlemlerin ağırlığı zaman geçtikçe azalmaktadır. Bu özellik herhangi bir gün piyasada yaşanan bir sıçramanın etkisinin ilk başlarda yoğun daha sonra zaman içinde üstel bir şekilde düşmesini sağlaması dolayısı ile EWMA'nın piyasanın doğal akışına uygun bir model olarak yorumlanmasına yol açmaktadır. EWMA modeli,

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda) r_{t-1}^2 + \lambda \sigma_{t-1}^2, \quad (5)$$

olarak tanımlanmıştır.

Çalışmada, λ değeri olarak RiskMetrics tarafından önerilen 0.94 kabul edilmiş ve volatilité değerleri EWMA yöntemine göre tahmin edilmiştir. Filtrelenmiş günlük getiri serisi ve filtrelenmiş günlük getirilerin karelerine ait otokorelasyon grafikleri Şekil 4'de verilmiştir. Grafiklerden hem filtrelenmiş günlük getiriler hem de filtrelenmiş günlük getirilerin karelerinde serisel bağımlılık yapısı izlenememektedir. Ayrıca Tablo 4'de verilen Arch-LM testi de filtrelenmiş günlük getiri serisinde arch etkisinin olmadığını göstermektedir. Veri filtrelenerek i.i.d. varsayımı gerektiren dağılım parametre tahminlerinde kullanılabilir.



Şekil 4. BIST100 Filtrelenmiş Günlük Getiri Serisi ve Getiri Kareleri Serisine ait ACF Grafikleri

Tablo4. BIST100 Filtrelenmiş Günlük Getiri Serisine ait Arch-LM Test Sonuçları

Test İstatistiği	p-değeri
13.87644	0.3086683

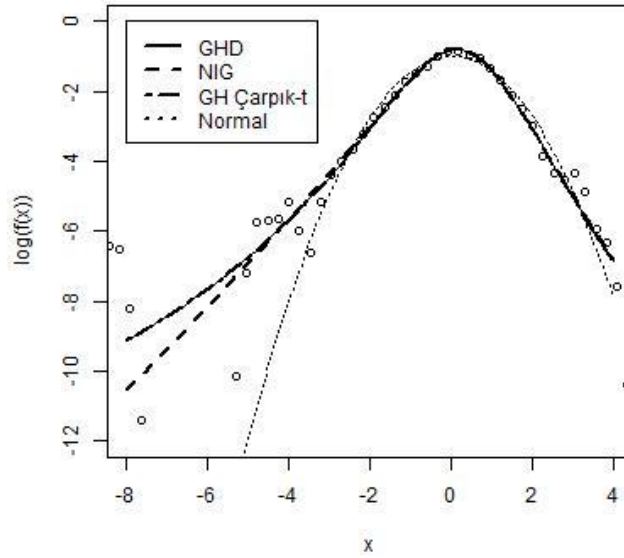
3.3.Parametre Tahminleri

Çalışmanın bu bölümünde, Bölüm 3.2’de elde edilmiş olan BIST100’e ait filtrelenmiş günlük getiri serisinin, 1009 gözlem içeren bölümü, tahmin örnekleme, kullanılacak ve Bölüm 2’de bahsi geçen GHD ve GHD ailesinin 2 özel tipi, NIG ve GH Çarpık-t dağılımları ve normal dağılım için parametre tahminleri yapılacaktır.

Tablo 5’de dağılımlara ait parametre tahminleri ve son sütunda ise logaritmik olabilirlik değerleri sergilenmektedir. Logaritmik olabilirlik değerlerine göre NIG dağılımı, diğer dağılımlara göre en yüksek olabilirlik değerini içermektedir. Ayrıca Şekil 5’de bahsi geçen dağılımlara ait logaritmik olasılık yoğunluk fonksiyonları verilmiştir. Tablo 5 ve Şekil 5 birlikte değerlendirildiğinde GHD ve GH Çarpık-t dağılımının neredeyse aynı tahmin sonucunu verdiği gözlemlenmektedir. Diğer bir deyişle GHD parametre tahmini de filtrelenmiş günlük getiri serisi için dağılım olarak GH Çarpık-t dağılımını öngörmüştür.

Tablo 5. BIST100 Filtrelenmiş Günlük Getiri Serisine ait Parametre Tahminleri

Dağılım	θ	α	β	σ	μ	LL
GHD	-3.11131	0.25757	-0.25756	2.13228	0.30188	-1454.71
NIG	-1/2	1.27634	-0.26107	1.34574	0.30584	-1455.94
GH Çarpık-t	-3.09556	-	-0.25343	2.12586	0.29809	-1454.71
Normal	-	-	-	1.07182	0.02463	-969.35

**Şekil 5.** BIST100 Filtrelenmiş Günlük Getiri Serisi için Logaritmik Yoğunluk Fonksiyonu Grafiği

Tablo 6 filtrelenmiş günlük getiri serisinin bahsi geçen dağılımlara uygunluğuna dair Kolmogorov-Smirnov test sonuçlarını göstermektedir. Sonuçlara göre filtrelenmiş günlük getiri serisinin GHD ailesi dağılımlarına uygunluğu açıkça gözlemlenmektedir. Fakat normal dağılım varsayımı Kolmogorov-Smirnov testine göre de uygun değildir.

Tablo 6. BIST100 Filtrelenmiş Günlük Getiri Serisine ait Kolmogorov-Smirnov Test Sonuçları

Dağılım	Kolmogorov-Smirnov Testi	
	İstatistik	p-değeri
GHD	0.0149	0.9873
NIG	0.0172	0.9498
GH Çarpık-t	0.0224	0.7460
Normal	0.0539	0.00572

3.4. Riske Maruz Değer Analizi

Çalışmanın bu bölümünde bahsi geçen dağılımlar kullanılarak BIST100 endeksi için 0.1%, 0.5%, 1%, 2.5% ve 5% anlamlılık düzeylerinde riske maruz değerler hesaplanacak ve test örneklemini kullanılarak RMD ihlalleri test edilecektir. Bu amaçla ilk olarak, Bölüm 3.3’de filtrelenmiş günlük getiri serisi kullanılarak elde edilen parametre tahmin değerleri kullanılarak bahsi geçen dağılımlara ait α . kantil değerleri, $q_\alpha = F^{-1}(\alpha)$, hesaplanmıştır. Burada $F(\cdot)$, dağılım fonksiyonunu simgelemektedir. Daha sonra günlük ham getiri serisi için günlük RMD değerleri,

$$RMD_\alpha(t) = -q_\alpha \cdot \sigma_t, \quad (6)$$

formülü ile hesaplanmış ve $r_t < RMD_\alpha(t)$ eşitsizliğini sağlayan getiriler ihlal olarak işaretlenmiştir. Geriye yönelik test olarak Kupiec En Çok Olabilirlik Testi kullanılmıştır (Kupiec, 1995:73-84). Kupiec en çok olabilirlik testi RMD ihlal oranları ile α anlamlılık düzeyinin uygunluğunu test etmektedir. İhlal oranı, $p = \frac{m}{N}$, (m toplam ihlal sayısı, N toplam gözlem sayısı) olmak üzere Kupiec en çok olabilirlik testi hipotezleri,

$$H_0: p = \alpha, \quad (7)$$

$$H_a: p \neq \alpha,$$

ve Kupiec test istatistiği,

$$LR = 2[\log(p^m(1-p)^{N-m}) - \log(\alpha^m(1-\alpha)^{N-m})], \quad (8)$$

olarak tanımlanır ve asimptotik olarak 1 serbestlik dereceli Ki-kare dağılımı izler.

Tablo 7.’de tahmin ve test örneklemleri için ihlal oranları, ve Kupiec test istatistiğine ait p-değerleri verilmiş ve her anlamlılık düzeyi için en düşük ihlal oranları kalın olarak işaretlenmiştir. Sonuçlara göre en yüksek ihlal oranları normal dağılım kullanıldığı zaman elde edilmektedir. Ayrıca Kupiec en çok olabilirlik testine göre Normal dağılım varsayımı altında 0.1%, 0.5% ve 1% anlam düzeylerinde hesaplanan RMD değerlerinin tutarlılığı kabul edilememektedir (p -değeri < 0.05). GHD ve GHD dağılım ailesine ait NIG ve GH Çarpık-t dağılımları varsayımı altında hem tahmin hem test örneklemleri için hesaplanan RMD değerleri Kupiec en çok olabilirlik testine göre anlamlılık düzeyi ile tutarlıdır.

Tablo 7. BIST100 Günlük Getiri Serisine ait RMD İhlal Oranları ve Kupiec Testine ait p-değerleri

	α	GHD (p-değeri)	NIG (p-değeri)	GH Çarpık-t (p-değeri)	Normal D. (p-değeri)
Tahmin	.001	(0.00099 (0.993))	0.00099 (0.993)	0.00099 (0.993)	0.00595 (<0.01*)
	.005	(0.00595 (0.679))	0.00595 (0.679)	0.00595 (0.679)	0.01189 (<0.01*)
	.010	(0.00793 (0.493))	0.00793 (0.493)	0.01189 (0.557)	0.01685 (<0.05*)
	.025	(0.02280 (0.649))	0.02180 (0.506)	0.03172 (0.189)	0.02775 (0.582)
	.050	(0.05253 (0.715))	0.04955 (0.948)	0.05730 (0.212)	0.05253 (0.715)
	.100	(0 (1.00))	0 (1.00)	0 (1.00)	0.00598 (<0.01*)
Test Örnekleme	.001	(0.00598 (0.764))	0.00598 (0.764)	0.00598 (0.764)	0.01394 (<0.05*)
	.005	(0.00797 (0.635))	0.00797 (0.635)	0.01394 (0.402)	0.01992 (<0.05*)
	.01	(0.02390 (0.874))	0.02390 (0.874)	0.03586 (0.143)	0.02988 (0.497)
	.025	(0.04582 (0.663))	0.04382 (0.517)	0.04681 (0.180)	0.04582 (0.663)

SONUÇ

Bu çalışmada, BIST100 endeksi getiri verisi için RMD yöntemi uygulamalarında GHD ailesi ve aileye ait NIG ve GH Çarpık-t dağılımlarının performanslarını değerlendirmek ve çalışmalarda yaygın bir şekilde kullanılan normal dağılımın performansı ile karşılaştırmak amaçlanmıştır. Bu amaç doğrultusunda öncelikle BIST100 endeksine ait getiri serisinin tanımlayıcı istatistikleri hesaplanmış ve normallik testi, birim kök testi uygulanmıştır. Hesaplanan değerlere göre yapılan analizler sonucu BIST100 endeksine ait getiri serisinin birim kök içermediği, daha kalın kuyruklara sahip olduğu ve normal dağılım sergilemediği gözlemlenmiştir. Bahsi geçen dağılımlar için parametre tahminlerine geçmeden önce getiri serisinde i.i.d. varsayımı bozacak bir serisel bağımlılık olup olmadığı acf grafikleri ve Arch-LM testi yardımıyla kontrol edilmiştir. Analizler sonucunda getiri serisinin karelerinde serisel bağımlılık

gözlemlenmiş ve bu nedenle serideki bağımlılık yapısı ewma modeli kullanılarak uygulanan volatilité filtresi ile giderilmiştir. Daha sonra GHD ailesi ve aileye ait NIG ve GH Çarpık-t dağılımları için filtrelenmiş getiri serisi kullanılarak parametre tahminleri yapılmıştır. Çalışmanın son aşamasında ise hesaplanan parametre tahminleri kullanılarak farklı anlamlılık düzeylerinde RMD ihlal oranları hesaplanmıştır.

Sonuç olarak, GHD, NIG ve GH Çarpık-t dağılımlarının, kalın veya yarı-kalın kuyruk yapıları sebebiyle getiri serisinin riskini tahmin etmede normal dağılıma göre daha iyi performans sergiledikleri gözlemlenmiştir. Bu bulgu Kupiec en çok olabilirlik testi ile de doğrulanmıştır. Burada normal dağılımın, simetrik ve ince kuyruk yapısı dolayısı ile getiri serisinin riskini tahmin etmede özellikle 0.1%, 0.5% ve 1% anlamlılık düzeylerinde çok uygun olmadığı da açıkça görülmüştür. Tüm dağılımları genel olarak değerlendirdiğimizde, parametre tahmininde hesaplanan logaritmik olabilirlik değerinin yüksekliği ve ihlal oranlarının düşüklüğü sebebiyle BIST100 endeksine ait getirilerini modellemede en uygun dağılımın NIG dağılımı olduğu söylenebilir.

KAYNAKÇA

- Aas, K., Haff, D.H, “The Generalised Hyperbolic Skew Student’s t-Distribution”, *Journal of Financial Econometrics*, 4, 275–309, 2006.
- Barndorff-Nielsen, O. E., “Exponential Decreasing Distributions of the Logarithm of Particle Size”, *Proceedings of the Royal Society London, A*, 353, 401-419, 1977.
- Bolviken, E., Benth, F.E, “Quantification of Risk in Norwegian Stocks via the Normal Inverse Gaussian Distribution”, *The 10th AFIR Colloquium*, Tromso, Norway, 87–98, 2000.
- Borak, S., Mısırek, A., Weron, R., “Models for Heavy-Tailed Asset Returns”, *Statistical Tools for Finance and Insurance*, Ed. P. Cizek, W. Härdle, R. Weron), Springer, 21-56, 2011.
- Danielsson, J. , de Vries, C. G., “Tail Index Estimation with very High Frequency Data”, *Journal of Empirical Finance*, 4, 241-257, 1997.
- Eberlein, E., Keller, U., “Hyperbolic Distributions in Finance”, *Bernoulli*, 1(3), 281-299, 1995.
- Embrechts, P., Resnick, S. , Samorodnitsky, G., “Extreme Value Theory as a Risk Management Tool”, *North American Actuarial Journal*, 3(2), 30-41, 1999.
- Fama, E., “The behavior of stock market prices”, *Journal of Business*, 38, 34-105, 1965.
- Gençay, R., Selçuk, F., “Extreme Value Theory and Value-at-Risk: Relative Performance in Emerging Markets”, *International Journal of Forecasting*, 20, 287– 303, 2004.

Ho, L.C., Burridge, P., Cadle, J., Theobald, M., "Value-at-Risk: Applying the Extreme Value Approach to Asian Markets in the Recent Financial Turmoil", *Pacific-Basin Finance Journal* 8, 249-275, 2000.

Hu, W., Kercheval, A., "Risk Management with Generalized Hyperbolic Distributions", *The Fourth IASTED International Conference on Financial Engineering and Applications*, California, USA, 19-24, 2007.

Huang, C.K., Chingham, K., Huang, C.S., Hammujuddy, J., "Generalized Hyperbolic Distributions and Value-at-Risk Estimation for The South African Mining Index", *International Business & Economics Research Journal*, 13, 320-328, 2014.

Huisman, R., Koedijk, K., Pownall, R., "VaR-x: Fat Tails in Financial Risk Management", *Journal of Risk*, 1, 47-60, 1998.

Hurst, S. R., Platen, E., "The Marginal Distributions of Returns and Volatility", *L₁ Statistical Procedures and Related Topics*, (Ed. Y. Dodge), Hayward, CA: Institute of Mathematical Statistics, 31, 301-314, 1997.

Kupiec, P., "Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models", *Journal of Derivatives*, 3(2), 73-84, 1995.

Lillestol, J., "Risk analysis and the NIG distribution", *Journal of Risk*, 2, 41-56, 2000.

Longin, F. M., "The Asymptotic Distribution of Extreme Stock Market Returns", *The Journal of Business*, 69(3) 383-408, 1996.

Mabitsela, L., MARE, E., KUFAKUNESU, R., "Quantification of VaR: A Note on VaR Valuation in the South African Equity Market", *Journal of Risk and Financial Management*, 8(1), 103-126, 2015.

Mandelbrot, B., "The Variation of Certain Speculative Prices", *Journal of Business*, 36, 394-419, 1963.

McNeil, A. J., "Calculating Quantile Risk Measures for Financial Time Series Using Extreme Value Theory", *Department of Mathematics, ETH. Swiss Federal Technical University E-Collection*, <http://e-collection.ethbib.ethz.ch/>, 1998.

Prause, K., "The Generalized Hyperbolic Model: Estimation, Financial Derivatives, and Risk Measures". Basılmamoş Doktora Tezi, University of Freiburg, 1999.

Rydberg, T. H., "The Normal Inverse Gaussian Levy Process: Simulation and Approximation", *Communications in Statistics: Stochastic Models*, 13, 887-910, 1997.

Wentzel, C., Mare, E., "Extreme Value Theory-An Application to the South African Equity Market", *Investment Analysts Journal*, 66, 73-77, 2007.