Eğitim Fakültesi
Dergisi
http://kutuphane. uludag. edu. tr/Univder/uufader. htm

Matematik Öğretiminde Gelişmeler

Murat Altun
Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi
maltun@uludag.edu.tr

Özet. Bu çalışmada önce matematik ve matematik öğretiminden ne anlaşıldığı hususundaki gelişmeler özetlenmiş, sonra matematik öğretimi ile ilgili çağdaş öğrenme kuramlarından yapısalcı öğrenme ve gerçekçi matematik eğitimi tanıtılmış, bunların benzerlikleri, farklılıkları ve uygulanabilirlik düzeyleri üzerinde durulmuştur. Günümüzde matematik öğretiminin hedefinin, sürecin kazanımı ve matematiksel yatkınlık kazandırma olduğu dikkate alınarak, buna uygun öğrenme ortamında ve öğretim etkinliklerinde bulunması gereken dört temel özellik belirlenmiştir. Bu özellikler, bilgiyi bireyin kendisinin oluşturduğu, öğrencinin zihinsel faaliyetlerini kendisinin düzenlemesi, öğretimi bir bağlam içinde ele alma ve problem çözme yeteneklerini geliştirme olup bunların nasıl sağlanabileceği tartışılmıştır.

Anahtar Kavramlar: Yapısalcı öğrenme, gerçekçi matematik eğitimi, matematik yapmaya yatkınlık.

Abstract. In this study, first the progress on mathematics and mathematic instruction were summarised and then constructivist Learning and realistic mathematics education from which are contemporary learning theories are introduced, and differencies, similarity and applicability levels of them are stressed. By taking into consideration that the ultimate goal of mathematics education is acqusation of process and understanding of methematical disposition four basic characteristics which should be included in learning environment and teaching activity are established. These characteristics are giving a place for constructivist learning, student's organizing their own mental abilities, treating the teaching in a context and developing problem solving abilities are discussed.

Key Words: Constructivism, realistic mathematics education, mathematical disposition.

GİRİŞ

Bu çalışmada matematik ve matematik öğretimi konusunda varılan nihai anlayış açıklanmış, sonra bu anlayışla uygunluk gösteren öğrenme kuramları tanıtılmıştır.

Matematik en sade şekliyle "*yaşamın bir soyutlanmış biçimi*[*]" olarak tanımlanır. Bu tanımın içinde saklı ağırlığından ötürü, matematik öğretimi daima önemsenmiş, bilimsel ve teknik alanlardaki gelişmeler, onun iyi öğrenilmesine, aksi durumlar öğrenilememesine bağlanmıştır. Matematiği önemli kılan hususlar daha açık olarak maddeler halinde şöyle özetlenebilir. İlki insanın yaşama isteği ile ilgilidir. İnsan yaşamak, yaşamayı garanti ettikten sonra da kaliteli yaşamak istemektedir (Skemp, 1986). Yaşamayı garanti etmenin yolu çevresel olaylarla başa çıkmak, yaşam kalitesini yükseltmenin yolu da çevresel olaylara, doğal kuvvetlere yön vermek, onlardan yararlanarak faydalanılabilir icatlar yapmak suretiyle olmaktadır. Matematiksel modeller üzerinde çalışmak tüm bu olaylara müdahale etmenin matematiksel modelini (kuramsal temelini) üretmekte birçok yeni icat için model olabilecek düşüncelerin oluşmasına yol açmaktadır.

---

[*] Her matematik kavram (sayı, şekil, fonksiyon v.s.) yaşanan çevreden soyutlanmıştır. Örneğin,

- Her biri x kg gelen 5 çuvalın ağırlığı kaç kg dır?
- Her biri x lira olan 5 deftere ödenecek para miktarı ne kadardır?
- Dakikada x m yol alan bir karıncanın 5 dakikada aldığı yol ne kadardır?

sorularının her biri ayrı yaşam kesitleri ile ilgilidir ve her birine uygun düşen eşitlik y=5x olup, bu eşitlik, bu olayların soyutlanmış bir modelidir. y=5x, elde edildikten sonra varlığı, soyutlandığı olaylara bağlı kalmaz ve birçok başka olay için de geçerli bir matematiksel model olur. Bu model, örneğin "Biri x m büyüklüğündeki 5 halı ile serilebilecek alan ne kadar?", "Saatte x metreküp su boşaltan 5 çeşmenin boşalttığı su miktarı ne kadardır?" problemlerini çözmek için de geçerlidir.

Matematiği önemli kılan ikinci husus *doğal varlıkların ve olayların kararlı davranması* ve bu kararlılığın ancak matematikle açıklanabilmesidir. Canlı yapılanmasında gözlenen altın oranın sonsuz basit kesrin değerine (1.618…) denk gelmesi, gök cisimlerinin eliptik yörüngeler çizmesi, eğik atılan cisimlerini parabolik yollar izlemesi, ışığın geliş açısına eşit bir açıyla yansıması v.s. gibi bilimsel gelişmelere kaynaklık edecek temel yapıların bilinmesi uygun düştükleri matematiksel modelin bulunması ile mümkün olmaktadır.

Üçüncüsü, yukarıdaki iki nedene bağlı olmakla birlikte belki de en önemlisi, matematikle, özellikle problem çözmeyle uğraşmanın insanın düşünme, tartışma ve muhakeme etme yeteneklerini geliştirmesidir.

Bu yönleriyle matematik toplumun ve bireyin ihtiyaçlarını karşılamakta onu güven altına almaktadır. Çağımız toplumlarının bireyleri, bilgi ve kültürden paylarını almak için geçmişe göre daha istekli ve ısrarlıdırlar. Özellikle demokratik toplumların bireyleri geleceklerini kendi iradeleri ile oluşturmak istemektedirler. Yani artan toplumsal talepler daha çok matematik öğrenmeyi gerektirmektedir.

Bu doğal nedenlerin yanı sıra, matematik bilginin doğası, çocuğun zihinsel gelişimi ve ihtiyaçları, öğrenmenin nasıl oluştuğuna ilişkin kuramlar da matematik eğitiminde devinime yol açmıştır.

Bir kavramın, insan zihnindeki temsili, onun dış dünyadaki şeklinin doğrudan yansıması değildir. Kavramın dış dünyada izlediğimiz örneğine dış temsil, zihinde oluşturduğumuz şekline iç temsil diyecek olursak, bunların birbirleriyle aynı olmadığı anlaşılmaktadır. Dış temsil kavramı, öğrencilerine öğretmek üzere öğretmenin hazırladığı tablo, şema, model v.s. gibi öğretimde kullanılan materyal ve modeller veya öğrencinin kendi kendine öğrenirken gözlediği, izlediği, anlamaya çalıştığı her türlü şeydir. Kavramları temsil etmek üzere daha önce üretilen kavramlar örneğini sayı doğrusu, grafikler de dış temsillere girer. İç temsiller, öğrencinin dış temsillerin de etkisi altında kendisinin bunları anlamlandırması biçiminde oluşur ve öğrenme dış temsillere bağlı olarak iç temsillerin oluşmasıyla gerçekleşir (Nelissen ve Tomic, 1998). Öğretimde dış temsiller, yetişkinler tarafından hazırlanır. İç temsiller, dış temsil amacıyla hazırlanan bu materyallerle ve sınıf içindeki sosyal etkileşim sonucunda, çocuğun kendisi tarafından oluşturulur. Dış temsiller yetişkin gözüyle hazırlandığından çocuk için anlamlı olmayabilir ve bu durumda çocuğun iç temsilleri doğru oluşturması zor veya imkansız olabilir. Öğretimin başarılı olabilmesi için, Bruner'e göre çocuk hem bir öğrenci hem bir bilgi kuramcısı olarak göz önüne alınmalıdır. Öğretmenin görevi onun bilgiyi sezgisel olarak edinmesi için ortam hazırlamak ve onu takip etmektir (Nelissen ve Tomic, 1998).

Çocuklar, fiziksel gelişmelerinin gereği, oyun oynamaktan ve sportif etkinliklerden, *zihinsel gelişimlerinin gereği olarak da problemler, olaylar ve meseleler üzerinde düşünmekten* hoşlanırlar, hoşlandıkları için yapar, yaptıkları için gelişirler (Skemp, 1986). Onun içindir ki, çocuklar matematik bilgiyi kendileri oluşturduklarında ondan büyük zevk alırlar. Doğrudan kendilerine söylenen formül veya bilgiden hoşlanmazlar.

Son on yıllar matematiğin öğretim şeklinin çok tartışıldığı yıllar olmuştur (Santos-Trigo, 1996). Okullardaki matematik öğretiminin gerçek hayat ile uyumsuz olması, öğrencilerin okulda alınan bilgi ve becerileri gerçek hayatta kullanmada, problemleri çözmede yetersiz kalmaları problemler üzerinde düşünmek ve çözüm stratejileri üretmek yerine, işlemlerle çabucak sonuca gitmeye davranmaları (Verschaffel vd, 1999) bu konudaki alan araştırmalarının yoğunlaşmasına yol açmıştır. Yakın zamana kadar sınıf ortamında, matematik bilmenin, öğretmen sorduğunda doğru kavram veya kuralı hatırlamak ve kullanmak demek olduğu, matematiğin kesin ve doğru cevaba yönelik olduğu, öğretmenin tanımladığı bir şekilde öğrenildiği düşünülmekteydi(De Hoyos vd, 2002). Araştırmalar, ayrıca gerekli ön bilgi ve becerileri almış olmalarına rağmen öğrencilerin orta güçlükteki sıra dışı problemleri çözmede bile zorlandığını (Fitzpatrick, 1994; Marrschael, 1988; Schonfeld 1985, Selden vd, 2000, Akt: Nancarrow 2004), bu durumun yanı sıra, matematikte iyi olanların bile matematik ve matematik öğrenmeye karşı olumsuz tutum geliştirdiklerini rapor etmiştir (Verschaffel vd, 1999).

Matematik günümüzde eskisi gibi, öğrenilmesi gerekli soyut kavramların ve becerilerin bir koleksiyonu değil, *realitenin modellenmesini* temel alan, problem çözme ve anlamlandırma süreci ile oluşan bilgi ve yine bu süreç içinde gelişen beceriler olarak algılanmaktadır. Bu anlayışa uygun olarak matematik öğrenmenin hedefi de izole edilmiş matematik kavram ve becerileri kazandırmaktan ziyade, *matematiksel yatkınlık* kazandırmak olmuştur (De Corte, 2004). Burada sözü edilen matematiksel yatkınlık veya başka bir ifadeyle matematik yapma eğilimi, iyi organize edilmiş öğretim içeriği, problem çözme stratejilerini kullanmadaki ustalık, bilişsel ve heyecansal olarak kendini düzenleme becerileri ve matematik ve problem çözmeye ilişkin inançlarla doğrudan ilgilidir ve öncelikle öğrencilerin bu yeteneklerinin geliştirilmesini gerektirir.

ÖĞRENME KURAMLARI

Günümüzdeki matematik öğretimi üzerinde çok etkili görülen iki kuram yapısalcı öğrenme ve gerçekçi matematik eğitimidir. Bu iki kuram aşağıda ele alınmakta ve matematiksel yatkınlık kazandırmaya olan katkıları bakımından tartışılmaktadır.

Yapısalcı Öğrenme Kuramı

Yapısalcı yada başka söyleyişle yapılandırmacı öğrenme kuramı günümüzde diğer öğrenme alanlarında olduğu gibi matematik öğretimi alanında da geniş kabul görmektedir. Yapısalcılık (constructivism) bilginin nasıl oluştuğu, insanın bilgiyi nasıl elde ettiği ile ilgili bir kuramdır ve konusu, bilginin doğası ve elde ediliş şekli ile ilgilidir. Bu kuramın temelinde, bilginin dış dünyada bireyden bağımsız olarak var olmadığı ve bireyin zihnine aktarılmadığı, bunun aksine birey tarafından zihinde yapılandırıldığı düşüncesi vardır. Aslında bugün anlaşılmaktadır ki öğrenme, sözlü anlatımla sunulan derslerde bile yapısalcı anlayışa uygun gerçekleşmekte yani birey bilgisini kendisi oluşturmaktadır. Öğrenme ortamının uygunluğu, öğrencinin bilgisini daha nitelikli oluşturmasına yardım etmektedir. Yapısalcı öğrenmede, bireyin bilgi ve beceri kazanma sürecine, bilinçli ve güçlü bir katılımı vardır (Nelissen ve Tomic 1998).

Yapısalcı öğrenme, Piaget ile özdeş görünmesine rağmen kökleri yaklaşık yüzyıl eskiye giden bir kuramdır. Yapısalcılıkla ilgili literatür çok gelişmiş ve yapısalcılığın birçok yorumu yapılmıştır. Bu yorumlara bağlı olarak yapısalcılığın birçok türünden söz edilmektedir. Başlıca yapısalcı yaklaşımlar, bilişsel, sosyal ve radikal yapısalcılıktır. İlgili literatür yapısalcılığın esasları olarak dört temel ilke vermektedir (Doolittle, 1999). Bu ilkeler;

1. Bilgi birey tarafından pasif olarak alınmaz, bireyin aktif olduğu kendi kontrolünde gerçekleştirdiği bilişsel bir eylemin sonucunda oluşur.
2. Öğrenme (bilgi edinme) bir adaptasyon sürecidir.
3. Öğrenme özneldir, nesnel değildir, yani herkes kendine özgü biçimde öğrenir.
4. Öğrenme sosyal etkileşim kültür ve dilden etkilenen bir süreçtir.

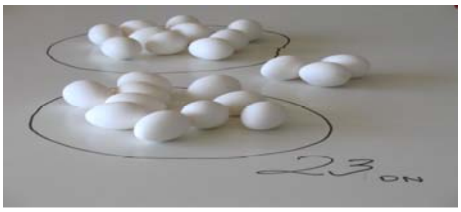
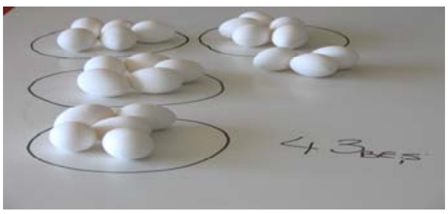
Aşağıda *bilişsel, sosyal* ve *radikal* yapısalcı yaklaşımlar tanıtılmaktadır.

Bilişsel yapısalcı kuramın dayanak noktası bireyin yeni bilgiyi var olan bilgi ve deneyimleri ile birleştirerek zihnindeki şemaları geliştirdiği, düşüncesidir. Bu şemalar bilişsel yapıyı oluşturur ve tatmin duygusu yaratan bir öğrenme hali sonunda bilişsel denge oluşur. Yapısalcılık için yukarıda verilen ilkelerden ilk ikisini, yani bilginin bir adaptasyon süreci sonucunda edinildiğini, ve bu edinmenin bireyin kendisi tarafından gerçekleştirildiği ilkelerini esas alır.

Piaget öğrenmeyi (dış gerçekliğe eşlenen iç temsillerin oluşturulmasını) özümseme, uyma ve denge kavramları ile açıklamaktadır. Birey yeni öğrendiği bilgiyi zihnindeki şemalara uyarlamakta (özümleme), uyarlayamıyorsa zihnindeki şemaları yenileyip (düzenleme) geliştirmektedir. Yeni öğrenmelerle yani özümleme ve düzenleme süreçleri ile denge yeniden oluşur. Bu süreçte kavramların anlamlarında bazı daralma ve genişlemeler olur. Birey yeni bir durumla karşılaşınca bilişsel dengesi bozulur. Daha açık bir ifadeyle, yeni karşılaştığı bir durumun bireye, mevcut bilgisinin yeterli olmadığını ve yeni bir şeyler öğrenmeye ihtiyacı olduğunu fark ettirmesine bilişsel dengenin bozulması denir. Eğer öğrenme isteği doğmaz ise denge bozulmamış demektir.

Bu durum bir örnek üzerinde şöyle açıklanabilir. Onluk sayı sistemini tanıyan öğrenci, sayı sistemi kavramını onluk sistemle özdeş düşünür ve işlemleri yapabilmek için ona mecbur olduğumuzu sanır ve bu konudaki bilişsel yapısı dengededir.

Sayı sistemleri ile ilgili öğretim çalışmaları sırasında, örneğin aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi nesneleri(örneğin yumurtaları) 10'arlı gruplamak yerine, 5'erli gruplama ile karşılaşınca 10 dışında da gruplamaların olduğunu ve başka sayı sistemlerinin kurulabileceğini fark eder. Bu farkında oluş ile bireyin sayı sistemi ile ilgili bilişsel dengesi bozulur. Sayı sistemlerinin temelinin, herhangi bir sayıyı temel alan gruplama eylemine dayandığını ve gruplama keyfiyetinden ötürü bunların sayısının çok fazla olduğunu fark eder. Burada *sayı sistemi* kavramı ile ilgili bir genişleme söz konusudur. Daha önce onluk sisteme özdeş olarak düşünülen sayı sistemi kavramı, birey için artık daha geniş bir kavramdır ve onluk sistem sayı sistemlerinden yalnız biridir. Bu kavramlarla ilgili yeni bir bilişsel denge oluşur. Öğrenme dengenin bozulması ve yeniden kurulması ve her yeni kuruluşta bilişsel yapının zenginleşmesi şeklinde sürüp gider.

Sosyal yapısalcı kuram yukarıda sıralanan ilkelerin dördüne de yer veren ve bu şekliyle bilişsel yapısalcılığa göre bilginin ediniminde, fazladan sosyal etkileşimin dilin ve kültürün önemini vurgulayan bir yaklaşımdır. Vygotsky'e göre öğrenciler problemlerini kendi bilişsel gelişim seviyelerinden ziyade, yetişkinlerin veya akran gruplarının yardımını alarak çözmektedir ve bundan ötürü *sosyal etkileşim* bilişin gelişmesinde temel bir rol oynar. Öğrenme için çevreye gereksinim vardır. Doğru bilgi insanın zihninde bulunmaz, o bireyler arasında birlikte arayışın bir sonucu olarak oluşur. Bu bakımdan öğrenme ortamının ve o ortamdaki bireylerle iletişim kurmanın bilgi edinmede büyük bir payı vardır. Öğrencinin daha deneyimli akran ve öğretmenlerle çalışırken bilişsel fonksiyonları daha iyi gelişir. İletişim kurmanın aracı dildir. Başkalarından yararlanmak için onları dinler veya onlara fikrimizi söyleriz. Bilişsel yapısalcılıktan ayrıldığı nokta, bilginin sadece bireyin zihninde yapılandırılmadığı, zihinsel fonksiyonların yanı sıra sosyal etkileşimlerin ve inançların da bilginin oluşumunda etkili olduğudur.

Radikal yapısalcı kuram yukarıda sıralanan ilkelerin ilk üçünü, bazı yorumlara göre dördünü de esas alır**.** Bilişsel yapısalcılığın temel esaslarına ek olarak radikal yapısalcılık, gerçekle ilgili bilgi, bireyin kendi deneyimlerine, algılama kapasitelerine ve çevre ile etkileşimine bağlı olarak oluştuğunu kabul eder. Her bireyin deneyim ve çevresi farklı olacağı için bilgisi de farklı oluşur ve bir gerçekle ilgili herkesin oluşturduğu bilgi aynı olmaz ve farklılıklar gösterir. Yani bilgi bireysel olarak yapılandırılır. Birey için anlam ifade etmeyen, algılanamayan realiteler o birey için bilgi kaynağı değildir.

Radikal yapısalcılık kuramının dördüncü ilkeye, yani sosyal etkileşimin öğrenmedeki önemine yüklediği anlam sosyal yapısalcılığın bu ilkeye yüklediği anlamdan farklıdır. Radikal yapısalcılıkta sosyal etkileşim ve grupta çalışma, öğrencinin kavram üzerinde derin düşünmesine yol açtığı için önemlidir.

Yapısalcı yaklaşımlar, öğrencilerin bilgiyi (dışarıdaki gerçekliğin zihindeki iç temsillerini) oluştururken, yetişkinler tarafından geliştirilen materyal ve açıklamaları temel almaktan ziyade, çocuklar için daha anlamlı ve anlaşılır olacağı için, kendilerinin geliştireceği materyalleri önemser (Doolittle, 1999).

Gerçekçi Matematik Eğitimi Kuramı

Gerçekçi Matematik Eğitimi'nin (Realistic Mathematics Education – RME) kurucusu Hollandalı matematik eğitimcisi Hans Freudenthal'dir. Freudenthal tarihte matematiğin gerçek hayat problemleri ile başladığını, gerçek hayatın matematikleştirildiğini daha sonra formal sisteme geçildiğini ileri sürerek, önce formal matematik bilgiyi verip arkasından uygulamaya geçme şeklindeki öğrenmenin anti didaktik olduğunu belirtmiştir. Freudenthal matematik öğrenmeyi bir anlamlandırma süreci olarak tanıtmış ve düşüncesini "çocuk için matematik anlamlandırma ile başlar ve gerçek matematik yapmak için her yeni safhada anlamlandırmanın esas alınması gerekir" şeklinde ifade etmiştir. Freudenthal'e göre matematik bir insan aktivitesidir, keşfedilmez icat edilir. İnsan çevresindeki olayları kontrol altında tutmak için onları sayar, ölçer, sınıflar, sıralar. Örneğin boyutları a ve b olan dikdörtgenin çevresini Ç=2a+2b ile temsil ederiz. Bu bir ölçme eylemidir ve kendi icat ettiğimiz bir şeydir. Geleneksel öğretime bir meydan okuma olarak ortaya çıkmış olan bu yaklaşıma göre, matematik öğretimi gerçek hayat problemleri ile başlamalıdır ve matematik yapma gereksinimi öğretimin ana ilkesi olmalıdır (Gravemeijer vd, 1990).

Freudenthal, gerçek modelden matematik kavrama ulaşma şeklinde işleyen bu sürece **matematikleştirme** adını vermiştir. Öğretimde matematikleştirme anahtar süreçtir ve bunun iki temel nedeni vardır. Bunlardan birincisi, matematikleştirme sadece matematikçilerin işi değil, her insanın işidir. Matematikleştirmeyi matematik eğitiminin merkezi yapmanın ikinci nedeni yeniden keşfetme fikri ile ilgilidir. Matematikte formal bilgiye ulaşma son basamaktır. Bu son nokta öğrettiğimiz matematiğin ilk noktası olmamalıdır. Öğrencinin çalışabileceği, denemeler yapabileceği bir ortamın hazırlanması gerekir ve öğrenme şekli sürecin matematikçi tarafından keşfi şeklinde olmalıdır. Matematikleştirme olarak açıklanan bu süreçte, öğrenci matematik bilgiye kendisi ulaşmaktadır. Matematikleştirme sürecinin kazanımı öğrencilerin günlük hayattaki durumları matematiksel yaklaşımla ele almalarını sağlar.

Matematikleştirme yatay ve dikey matematikleştirme olmak üzere iki başlık altında ele alınabilir. **Yatay matematikleştirme** yaşamsal (çevresel) bir olaydan sembollere geçişi, **dikey matematikleştirme** ise sembollerle çalışma ve kavramlar arasında ilişkiler kurma suretiyle formüllere ulaşma şeklindeki daha yüksek düzeyli matematiğe ulaşmadır. Her iki matematikleştirme türü matematik öğretiminin her seviyesinde vardır (Hauvel-Panhuizen, 1996).

Matematikleşmenin tanıtımından sonra RME'nin anahtar ilkeleri şöyle özetlenebilir.

Birincisi didaktik fenomenoloji (olay bilim) ile ilgilidir. Didaktik fenomenoloji matematik kavramların analizini yapmak suretiyle onun nasıl oluştuğunu açıklayabilmektedir. Buna göre, çevre problemleri uyarıcı olmakta ve kavram, **sürecin yeniden keşfi** ile, kazanılmaktadır. Didaktik fenomonolojiye göre matematik konuların öğrenilmesinde öğretim için tasarlanmış konuların uygulamalarının matematikleştirmeye uygunluğu önemlidir. Eğer biz matematiğin, tarihsel süreçte pratik problemlerin çözümlerinden elde edildiğini (geliştiğini) kavrarsak, günümüzdeki uygulamalardan da, bu yaklaşımla matematik üretilebileceğini umabiliriz. Sonra bize düşen iş genelleştirilebilecek durumlar için, yatay matematikleştirmeye uygun problem durumları bulmak, sonra da dikey matematikleştirmeyi sağlayacak öğrenme ortamlarını yaratmaktır (Gravemeijer vd, 1990).

İkincisi **yönlendirilmiş keşfetme** ile matematikleştirmeyi gerçekleştirmedir. Bu ilke çerçevesinde öğrencilere, matematiğin icat edilmesine benzer bir yöntemi ya da çalışmayı denemeleri için fırsat verilmelidir. Bunun için matematik tarihi, esin kaynağı olarak kullanabilir. Yönlendirilmiş keşif ilkesi informal çözümlerden yola çıkılarak uygulanabilir. Öğrencilerin informal bilgi ve stratejileri, formal stratejilere giden bir yol olarak ele alınabilir. Bu ilkenin iyi kullanımı için, ileri düzeylere ulaşmaya uygun çevresel problemlerin bulunmasına ihtiyaç vardır.

Üçüncü ilke informal matematik bilgi ile formal matematik bilgi arasında köprü rolü üstlenerek **kendi kendine gelişen modeller**e yer vermedir. RME'de modeller öğrenciler tarafından geliştirilir. Bunun anlamı öğrencilerin problem çözme için model geliştirmeleridir. Kendi geliştirdikleri modeller öğrenci için anlamlıdır. Öğrencilerin geliştirdiği bu modeller genelleştirip formalize edildiğinde matematiksel düşünmeye uygun bir model haline gelirler (Gravemaijer vd, 1990).

RME'de matematik yapmak, bir problemle başa çıkma uğraşı içinde oluşmaktadır ve problemi çözme, RME için bir anlamda bilgi üretmenin bir yoludur. Bu yönüyle RME'deki etkinlikler, Bloom taksonomisinde yer alan bilgi, kavrama, uygulama, analiz, sentez şeklindeki bilişsel basamakların üçüncüsünden başlamakta, aşağıdaki şekilde izlendiği gibi, sonra kavrama, daha sonra bilgiye ulaşmaktadır.

Bilgi
Kavrama
Uygulama
Analiz
Sentez
Değerlendirme

Bilgiye ulaşıldıktan sonra daha ileri matematik yapmak ve formal matematik bilgiye ulaşmak üzere yeniden bilgi, kavrama, uygulama… şeklinde devam etmektedir.

Yapısalcı Öğrenme ve Gerçekçi Öğrenme Arasındaki Farklılıklar ve Benzerlikler

Yapısalcı öğrenme temelde bir bilgi kuramıdır ve bilgiyi nasıl edindiğimiz ile ilgilidir, bir öğretim kuramı değildir. RME ise bir öğretim kuramıdır. Temellerindeki bu farklılığa rağmen matematik eğitimi için doğurgularının güçlü benzerlikleri vardır. Yapısalcı öğrenmenin en belirgin özelliği öğrencilerin dış temsilleri yorumlama farklılığı ve buna bağlı olarak iç temsillerde ortaya çıkan farklılığı önemsemesidir. Öğretimde öğretmene düşen işöğrencilerin kendi bilgilerini nitelikli oluşturabilmeleri için gerekli koşulları hazırlamaktır.

Gerçekçi matematik eğitimi bir matematik eğitimi kuramıdır ve çıkış noktası geleneksel eğitimin, kavramların tanımından başlayan şeklinin antididaktik olduğu, tarihsel sürece uygun olarak kavramlara en son ulaşılması gerektiğidir. Gerçekçi matematik eğitimi de temelde yapısalcı karaktere sahiptir. Farklılık bilginin yapılandırılmasında izlenen yollarda ortaya çıkmaktadır. RME, öğretimde kuramsal bilginin uygulamalardan ayrılığını (ayrı öğretilmesini) reddeder iken yapısalcı öğrenme reddetmez. İnformal bilgi ve deneyimleri temele alan ve bilgiyi ister kuramsal ister uygulama olsun, öğrencinin oluşturabilmesine fırsat tanıyan her öğrenme biçimini kabul eder (Gravemeijer v.d., 1990). RME'de öğrenme aktivitelerinin hazırlanmasında öğrencinin payı çok büyük iken yapısalcı öğrenmede öğrencinin payı daha küçüktür. RME'de öğrenme ortamının oluşturulmasında ne tür materyal seçileceği de öğrenciye kalmaktadır. RME'de matematik eğitiminde; (1) öğretim için uygun modeller arama, (2) kavram oluşturma sürecini beslemek için öğrenme yolları bulma, (3) farklı öğrenme yolları arasındaki ilişkileri inceleme, (4) öğretmen yardımı ile ve materyalleri geliştirme ve (5) matematik eğitimindeki değişik alternatifleri deneme v.s. gibi temel işlevler yerine getirilirse her öğrencinin matematiği icat edebileceği fikri hakimdir. Bu özellikleri ile RME yapısalcı yaklaşımlardan sosyal yapılandırmaya daha yakın durmaktadır. RME deki matematikleştirme sosyal yapısalcılık kuramındaki anlamlandırma sürecinin bir ileri seviyesi olarak nitelenebilir

Bu iki kuramın her ikisi de geleneksel öğretimden farklı olarak sonuçtan çok sürece odaklıdır. Her ikisinde de;

- Öğrenme için informal bilgi ve beceriler, deneyimler,

- Öğretimde motivasyon ve anlamlandırma,
- Çevrenin öğrenme üzerindeki rolü,
- Grupta tartışma ve dil önemlidir (Nelissen ve Tomic, 1998)

Öğretimin düzenlenmesinde her iki kuramdan aynı anda veya birbirini tamamlayacak şekilde yararlanma imkanı vardır.

ÖĞRETİM TASARIMI İÇİN SONUÇLAR

Araştırmalar matematikte nihai hedefin öğrencilere *matematiksel yatkınlık kazandırma* olduğunun anlaşılması olduğunda hem fikirdirler (De Corte, 2004). Öğrencilerin matematiksel yatkınlık kazanabilmeleri, aşağıda sıralanan yeteneklerinin geliştirilmesine bağlıdır.

- Konuya ilişkin özel alan bilgisi (temel kavramlar, semboller ve kurallar v.s.)
- Problem çözme stratejileri bilgisi,
- Zihinsel davranışları düzenleme becerileri
- Matematik öğrenme ve problem çözmeyle ilgili olarak kendine güven ve olumlu tutum.

Bunların birincisinin anlamı açıktır. Özel alan bilgisinin problem çözme başarısı ile korelasyonu 0,68 olarak hesaplanmıştır (Nancarrow, 2004). Bu ilişki katsayısı bu bilgilerin önemli olduğunu göstermiştir. Bu noktada dikkat edilecek şey öğretimin çocuğun bildiği kavram ve beceriler üzerine oturtulmasıdır. Bu durum hem yapısalcı öğrenme hem de RME ‘nin temel ilkelerindendir.

Problem çözme stratejileri bilgisi öğrencilerin bir problemi doğru çözmelerini garanti etmez fakat doğru ve sistematik girişimde bulunmayı sağlar ve doğru çözme olasılığını yükseltir. Strateji bilgisi olanlar öğrenme etkinliklerine istek ve heyecanla katılırlar. Tezsiz Yüksek Lisans (TYL) programında okuyan fizik, kimya alanlarından 31 öğrenci üzerinde Problem Çözme Stratejileri öğretimi üzerine Altun (2006) tarafından yapılan deneysel bir araştırmada, öğrencilere yöneltilen “Bu dersin, gelecek yıl, aynı programda okuyacak olan, öğrenciler için açılmasını önerir misiniz?” sorusuna öğrenciler tümüyle evet cevabı verrmişlerdir. Gerekçe olarak dersin “farklı bakış açısı kazandırmasını, doğru düşünmeyi öğretmesini, ezbercilikten uzaklaştırmasını, tek çözüme odaklanmaktan kurtarmasını, kendine güven ve karar verme gücünü geliştirmesini, karmaşık bile olsa olayların özündeki matematiksel düzeni gösterebilmesini” belirtmişlerdir. Problem çözme RME’nin en temel dayanağıdır ve bu ifadeler problem çözmenin yapısalcı matematik öğretimi atmosferini sınıfa yerleştirmede, problem çözme çalışmalarının doğal bir katkısı olacağını göstermektedir.

Matematik programlarını yeniden düzenleyen ve problem çözmede açık uçlu tartışmaları, strateji eğitimini önemseyen Singapur'un TIMSS tarafından yapılan karşılaştırmalarda yüksek ortalamalar elde etmesi de (Cai, 2003; Kaur, 2001) bu durumu doğrulamaktadır.

Zihinsel davranışları düzenleme, bireyin bir problem üzerinde çalışırken ne düşündüğünün ve neden öyle düşündüğünün farkına varmayı ifade eder. Bu beceriyi geliştiren bireyler bir yönteme takılıp kalmaz, zamanı iyi kullanır, düşüncelerini tartar, değerlendirir ve değiştirebilir. Bir anlamda kendi iradeleriyle hareket ederler ve kendi öğrenmelerinin sorumluluğunu alırlar(Zimmerman vd, 1986). Bu çalışmada tanıtılan her iki kuramda öğrenciler kendi öğrenmelerinin sorumluluğunu almaktadırlar. Pape(2003) ortaokul öğrencilerinden problem çözmede başarılı olanların, başarısız olanlara göre kendi zihinsel faaliyetlerini düzenleme becerilerinin yüksek olduğunu ortaya koymuştur. Bu becerinin yaşam boyu öğrenme için ayrı bir önemi vardır. Altun (2006)un rapor ettiği sonuçlardan öğrencilerin süreç odaklı öğrenmeyi benimsedikleri ve sosyal yapısalcı öğretimin kendini düzenleme becerisini geliştirmesinden hoşnut oldukları anlaşılmaktadır.

Kendine güven, matematik öğrenme ve problemlerle uğraşma ile ilgili olarak, kendi hakkındaki düşüncelerinin bir sonucudur. Öğrencinin kendi yeteneklerini değerlendirmede matematiksel işlerle uğraşmaya isteklilik ve nihai hedef olan matematiksel yatkınlık kazandırmada kendine güvenin etkisi büyüktür. Ayrıca öğrencinin matematiğin ve problem çözmenin ne olduğu hakkındaki inançları, öğrenme ortamı hakkındaki kanaatleri de onun öğrenmelerini etkiler. Matematik öğrenirken sürecin mi sonucun mu önemli olduğu, neyin önemseneceği bakımından, öğrenciye yön verir. Bunun en tipik örneği, bazı öğrencilerin ezbere öğrenmekten rahatsız olmalarında gözlenir. Sınıftaki öğretmen-öğrenci, öğrenci-öğrenci ilişkileri, öğretmenin sınıfı çalıştırma şekilleri de öğrencilerin öğrenmeyle ilgili davranışlarını etkiler. Öğrenciler öğretmenin neye önem verdiği ile yakından ilgilenirler. Geleneksel sistemde iyi ders anlatan öğretmenler bilmeden ve farkına varmadan kötü sonuçların ortaya çıkmasına sebep olurlar. Bu durum iyi ders anlatma hastalığı olarak bilinmektedir (Schoenfeld, 1988). Çünkü onların oluşturduğu sınıf atmosferi, çıkarılması gereken bağıntıları ve problemlerin çözümlerini öğrencilerin bulması yerine, anlamasına dönüktür. Bu durum matematikte iyi olanları bile, "iyiliğin ölçüsü matematiği anlamadır" şeklinde bir yanlış yargıya sahip olmalarına yol açar. Bu ise onların matematiksel yatkınlık kazanmalarının önüne geçer. Bu bakımdan öğretmenler, öğrencilerin gerek kendileri gerekse öğrenme ortamı ve matematik hakkındaki inançlarında kendi paylarının olduğunu göz ardı etmemelidirler. Burada "bu yeteneklerin geliştirilmesi için ne tür öğrenme ortamları uygundur? Sorusu öne çıkmaktadır. Seksenli yıllardan sonraki araştırmalarda **bağlam içinde öğrenme** halinde bu becerilerini en iyi gelişebileceği üzerinde durulmuştur (De Corte, 2004). Bu yaklaşım gerçekçi matematik eğitiminin doğasında vardır. Öğretimin bir bağlam içinde ele alınması, konunun o matematiği gerektirecek bir ortamda ele alınmasını ifade eder. Kültürel ve sosyal hayat, fiziki çevre, tarih ve coğrafya, halk edebiyatı bu tür bağlamların oluşturulmasında önemli veri kaynaklarıdır. Çağımızda öğrenci böyle bir bağlamda matematik yapan toplumun (grubun) eylem üstlenen bir üyesidir. Konunun bağlam içinde ele alınması sosyal etkileşimi ve görevin paylaşımını doğal olarak ortaya çıkarmaktadır. Yani etkili öğrenme bireyin tek başına yürütebileceği bir etkinlik olmaktan çok, dağıtılmış görevler, çevredeki araç-gerecin, kültürel varlıkların işe katıldığı bir eylem olarak görünmektedir. Bu durum **işbirlikli öğrenmenin** her iki kuramın doğasına uygun olduğunu işaret etmektedir. İşbirlikli öğrenmenin yürütüldüğü grupların en etkili şekilde çalışabilmesi için ne şekilde oluşturulması, (kaç kişiden oluşacağı, düzeylerinin homojen veya heterojen oluşu v.s.) gerektiği hala tartışma konusudur(Vershaffel vd, 1999).

Bu açıklamalar matematik eğitiminde, bilginin öğrenci tarafından oluşturulması, kendini düzenleme becerileri, bağlam içinde öğrenme ve işbirlikli öğrenmeye yer verilmesi halinde diğer ayrıntının kendiliğinden oluşacağı ve sürecin kazanımı ile matematiksel yatkınlık kazandırma hedefine ulaşılacağı anlaşılmaktadır. Bunun ile ilgili olarak aşağıdaki öneriler getirilebilir.

(1) Öğrenme ortamı tüm öğrencilerin bilgiyi kendilerinin oluşturabilmelerine fırsat verecek, onları cesaretlendirecek ve destekleyecek şekilde tasarlanmalı ve hazırlanmalıdır. Bu ortamda öğretmen veya başka öğreticilere düşen iş, keşfetme çalışmaları ve öğretmenin verdiği açıklamalar arasında tam bir denge kurmak, öğretime rehberlik yaparken öğrencilerin bireysel farklılıklarını, konuya ilişkin ön bilgi ve becerilerini, ilgi ve ihtiyaçlarını göz önünde bulundurmaktır.

(2) Öğrenme ortamı öğrencilerin kendi zihinsel faaliyetlerini düzenleme becerilerini beslemelidir. Öğrencilerin önceki öğrencilik yaşamlarında edindikleri geleneksel öğretmen merkezli öğrenmenin oluşturduğu kanaatin değişmesine, kendi öğrenmelerinin yine kendi zihinsel müdahaleleri ile şekillenmesinin sonucunda oluşması gerektiğine, vesile olmalıdır.

(3) Öğrenmenin bir bağlam içinde olması ve işbirlikli öğrenmeye yer vermesi için, öğrenme etkinlikleri, öğrenciler için matematik yapmayı anlamlı kılacak şekilde geçmiş tecrübelerle ve gerçek hayattan kesitlerle ilişkilendirilerek oluşturulmalıdır.

(4) Öğrenmenin sürdürüldüğü ortamın atmosferi, öğrencilerin düşüncelerini açık seçik ortaya koymalarına, problem çözme stratejileri üzerinde tartışma yapabilmelerine ve kendi stratejilerini geliştirmelerine imkan vermeli ve onu desteklemelidir.

Tasarlanan öğrenme ortamlarını tehdit eden unsurların başında merkezi sınavlar gelmektedir. Bu sınavların sonucu ölçen sorulara fazla, süreci ölçen sorulara daha az yer vermesi, süreç yerine sonucu öne çıkarmaktadır. Bunun yanı sıra bu anlamda öğretim tasarlamak, tasarlanan öğretimi gerçekleştirmek için öğretmenin iyi yetişmiş olması gerekir. Öğretmen eğitimi veren lisans ve yüksek lisans programlarının bu açıdan desteklenmesi gerekmektedir.

KAYNAKÇA

Altun, M. (2006). The Teacher Trainees' Skills and Opinions on Solving Non-Routine Mathematical Problems. Paper presented at the 3rd International Conference on the Teaching of Mathematics, İstanbul

Cai, J. (2003). Singaporean students mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 34(5), 719–737.

De Hoyos, M., Gray, E., Simpson, A. (2002, July). Students assumptions during problem solving. Paper presented at the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics. Crete, Greece.

De Corte, E. (2004). Mainstreams and perspectives in research on learning (Mathematics) From Instruction. *Applied psychology*, (53)2, 279–310.

Doolittle,P. File://F:\Consructivism and Online Education(Doolittle).htm

Fitzpatrick, C. (1994). Adolescent mathematical problem solving: The role of metacognition, strategies and beliefs. Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, New Orleans, LA.

Gravemeijer, K., Hauvel M. V. & Streefland, L. (1990). *Context free productions test and geometry in realistic mathematics education.* the Netherlands: State University of Utrecht.

Hauvel-Panhuizen, M. (1996). Asserment and Realistic Mathematics Education, *Technicpress,* Netherland.

Kaur, B. (2001, October). Singapore's school mathematics curriculum for the 21th century. Paper presented at the meeting of Qualifications and Curriculum Authority on the Reasoning Explanation and Proof in School Mathematics and Their Place in the Intended Curriculum, Cambridge, UK.

Nancarrow, M. (2004). Exploration of metacognition and nonroutine problem based mathematics instruction on undergraduate student problem solving success. Unpublished doctoral dissertation, The Florida State University, Florida.

Pape, Stephen J., Wang, C.(2003).Middle school children's strategic behavior: Classification and relation to academic achievement and mathematical problem solving.*hstructional science*. 31, 419–449.

Santos-Trigo, M.(1998). Instructional qualities of a successful mathematical problem solving class. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology.* 29(5), 631–646.

Schopnfeld, A.H. (1988). When good teaching Peads to Bad Results: The disasters of "well tauhgt" Mathematics Courses, *Educational Psychologist, 23(2).*

Skemp, R. E. (1986). *The Psychology of Learning Mathematics*. UK: Penguin Books.

Tomic, W., Nelissen j. (1998). Representations in mathematics education. Hearken. ERIC Document Reproduction Service No. ED 428950.

Vershaffel, L., De Corte, E., Lasure,s., Vaerenbergh, Bogaerts, H.& Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: a desing experiment with fifth graders. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 195–229.

Zimmerman, B.J. ve Martinez- Pons, M. (1986). Development of a structured interview for assessing student use of self-regulated learning strategies. *American Educational Research Journal* 23: 614-628

The Development in Mathematics Teaching

Abstract

In the present study, the current debates over mathematics and mathematics teaching are explained, Constructivism and Realistic Mathematics Education (RME) are comparatively introduced.

The research studies in the field of mathematics education have increased and mathematics teaching has become a frequently discussed issue in the last ten decades because of the fact that students are not sufficiently qualified to use the knowledge and skills in real life and to solve real life problems and even the ones who are good at mathematics have negative attitudes towards mathematics and mathematic teaching.

Mathematics is not perceived as the collection of abstract concepts and the skills to be learnt as it was in the past, but as the knowledge gained throughout the process of problem solving and interpretation based on modeling of reality and the skills also developed in this process. In conformity of this understanding, the aim of mathematics learning is to make learners gain mathematical disposition rather than isolated concept and skills. To be gained mathematical disposition is directly related with the well-organized education content, the skills in problem solving strategies, the skills of self-regulation on cognitive and emotional activities and the beliefs about mathematics and problem solving. Constructivism which is thought to enable learners to gain these skills at most and Realistic Mathematics Education show great similarities in respect to their results although they appear different in terms of their formation processes.

The basis of Constructivism is the idea that knowledge is formed by individual. According to Constructivism, after an individual learn a logical structure, he/she can learn the others and he/she modifies the available information by relating new experiences to the previous ones. Thus, there is either expansion or narrowing in the concepts for individuals. As the experiences of the individuals are different, their knowledge formed by these experiences also differs. That is to say, reality is not same for everybody. The role of teacher in teaching is to provide learners necessary conditions to be able to form their knowledge in high quality.

The starting point of realistic mathematics education is that the state of traditional education and concepts beginning from the introduction is anti-didactic, the definitions of the terms have been gotten in the long run throughout the history and there should be such order for its teaching. According to this approach, environmental events are the sources of inspiration in the formation of mathematic knowledge, and an individual needs to study mathematics to interpret his/her environment.

Both theories give importance to modeling of reality and gaining the process and from this point of view they are both suitable to enable learners to gain mathematical disposition. While studying a mathematics subject (research), firstly looking for appropriate models for learners to be able to invent mathematics considering RME philosophy, if they are not found, preparing and applying the conditions of constructivism seem to be consistent with the final objectives of mathematics teaching.